学生の「四角形の面積」判断に関する研究

斎藤　裕

A Reseach on the Judgement about "Quadrilateral Area" in College Students

Yutaka SAITO

問題と目的

正方形と長方形を含めて平行四辺形の面積は、「底辺×高さ」で求められる。面積を変化させたかったら、このどちらか(あるいは両方)を変化させればよい。即ち、底辺が長ければ長いほど、また高さが高いほど面積は大きくなるのであり、当たり前のようだが、底辺が短ければ短いほど、また高さが低ければ低いほど面積は小さくなるのである。現在、正方形・長方形の面積は小学校4年生で、平行四辺形の面積は小学校5年生で学ぶことになっている。－ 学習指導要領（算数）:〔第4学年〕目標 (2) 面積の意味について理解し、簡単な平面図形の面積を求めることができるようにするとともに、角の大きさの意味について理解できるようにする。B 量と測定 (1) 面積の意味について理解し、簡単な場合について、面積を求めることができるようにする。ウ 正方形及び長方形の面積の求め方を考え、それらを用いること。〔第5学年〕目標 (2) 面積の求め方についての理解を深めるとともに、基本的な平面図形の面積を求めることができるようにする。B 量と測定 (1) 基本的な平面図形の面積が計算で求められることの理解を深め、面積を求めることができるようにする。ア 三角形及び平行四辺形の面積の求め方を考え、それらを用いること。(今回調査対象となる学生は旧版〈平成元年度版〉で学んでいるが、設定学年は変わりがない) －

しかし、そう思わない子どもが多くいることが、1960年代から、報告されている。細谷(1968)は、小学校2年～4年の児童に、周長を等しく保ったまま四角形を押しつぶしていき、それぞれの面積の比較を求める問題を出したが、各学年とも「面積は同じ」という回答が過半数に達したと、報告している。『面積』という量と『周長－長さ』という量とを、混同している子どもが多いと言えよう。

『面積』は、『長さ』とは異なる量である。『かけ算』には、いくつかタイプがある。①内包量と外延量を「かける」ことによって新たな外延量を生み出すタイプ、②2つの外延量を「かける」ことによって新たな外延量を生み出すタイプ、③ある量の「倍」として表すタイプ、などがある。①のタイプは「時速4㎞で3時間歩くと、何 km 進んだでしょう」という問題が代表的であるし、③のタイプは「5㎝の4倍は何cmでしょう」が該当する。面積は、②のタイプと言ってよいであろう。つまり、「タテ7m・ヨコ9mの長方形の面積は何平方mでしょう」というもので、『長さ』とは違う『面積』という新たな量を生み出していることになる。この違いが、子どもたちには難しいのかもしれない。前出の細谷（1968）は「図形の面積の大小が、その図形の周の長さの長短とは別の量に対応するという認識が形成されていない場合には、等

生活科学科生活福祉専攻

積変形を行なった場合に、周長に従って反応し、保存性を示さないとしても、それは当然のことであろう」と指摘している。またその後、細谷(1976)は、次元間の混同によるこの誤ルール「周長大なら面積大・周長同なら面積同」は相似形であれば常に正しいことから、「子どもたちは恐らく、限られた経験から、その中で矛盾することのないルールを作りあげ、それを無限低に拡大・一般化してしまって、たまたま運悪く、自分たちのルールの適用範囲外にまで、これを適用してしまったのだ」と、推定している。

これらの指摘を踏まえ、工藤・白井（1991）は、平行四辺形（正方形・長方形含む）の等積変形課題と等周長変形課題を小学１年～６年生に課し、各反応の学年ごとの推移を調べている。その結果、(1)誤ルール（周長ルール：周長大なら面積大・周長同なら面積同）は面積学習以前から存在している、(2)この誤ルールは小学生の面積学習に妨害的に作用している、(3)現行の算数教育は、必ずしもこの誤ルールを正しいルールへと組み替えることに成功していない、という事実を得ている。また、西林（1988）は、これらの課題を就学前幼児まで対象として調査した結果、5・6歳では誤ルールの存在が伺えなかったことから、この現象を『保存概念』を獲得したが故に誤る『成長のためのエラー：１つの表象システムと、いま１つの表象システムとの間に照応性や一致性をうちたてようとしてうまくいかない最初の段階』と結論づけている。もし、単なる初期段階のエラーであるならば、それは発達の中で解消されていくはずであろう。つまり、大学生レベルであれば、彼らに殆どこのような誤判断は見られるはずはないと、予想される。しかし、細谷が指摘し、工藤・白井が追跡調査した結果のように、土着的なルールの自生結果として確立された『周長ルール』であるとするならば、この誤ったルールの組み換えがなされていなければ、加齢的発達にかかわらず、それは保持され続けていると予想されるのである。

小学生においては、科学領域を中心に、多くの土着的・誤ルールの存在が確認されている。それらは、学校教育の中で組み換えられもしているのもあるし、また『成長のエラー』的なもので、自然消滅しているのもあるかもしれない。しかし、それらの中には、従来の学校教育の教授プランのままでは組み換え切れていないものも、あるのではないだろうか。そのような問題意識の下、荒井・宇野ら６名(2003)が、『動物』『植物』『重さ』『密度』『速さ』『面積』の領域で「誤った知識の保持状況」について大学生を対象に調査を行っている。その結果、大学生であっても、誤ルールである『周長ルール』の存在が伺えたのである。その意味では、周長と面積の混同は、「単なる成長のエラー」ではなさそうだと思われる。ただ、この調査で取り上げられた面積に関する問題を見ると、事例判断、つまり面積の大・中・小判断が中心で、その判断理由は問われていない。また、ルールの内包を直接的に問う問題も、用意されていなかった。大学生ならば、理由もある程度言語化し得るであろう。どのようなルールを所持しているかより明白に調べられるはずである。

そのような観点から、今回、事例判断対する理由も併せて問う課題及び内包課題も用意してより詳しい調査を行い、「大学生は平行四辺形の面積に関してどのようなルールを所持しているのか」精査することを、研究の目的としたい。

方　法

(1) 調査対象者

N女子短期大学１年生：124名（S学科）

(2) 調査課題

調査課題は、工藤・白井らの先行研究（1991）を参考に、『事例－変形及び求積』『内包』の課題群で構成されている。なお、課題に取り組む前に、算数（小学校）／数学（中学校）の得意・不得意（５段階評定）を、取り組み後に、感じた課題の難易度（５段階評定）を訊いている。以下に、課題を説明する。

［等周長課題－事例課題］

①問題Ｉ－周長保持・変形問題：同じ本数のマッチ棒を使って作られた２つの図形のうちどちらが広いかを問う問題である。一辺の長さが４本ずつの正方形と、同じ本数で少し押しつぶした平行四辺形とを比較する問題、タテ２本ヨコ６本の長方形とを比較する問題、の２問が用意さ

れている。両問とも、「1.どちらも同じ　2.正方形のほうが広い　3.平行四辺形／長方形のほうが広い」の中から回答を選択し、かつその選択理由が求められている。

②問題Ⅱ－等辺保持・連続変形問題：10㎝の棒で作られた正方形とそれを押しつぶしてひし形に変形したものとの、面積の大小（広くなる・せまくなる・変わらない・わからない）及びその理由を問う問題である。連続的に変形させるもので、押しつぶしが小さいもの〈変形小〉と大きいもの〈変形大〉の２問が用意されている。

〔等積変形課題－事例課題〕

ベニヤ板で長方形と平行四辺形を作り、それぞれにペンキを塗る場合、たくさんのペンキが必要なのはどちらかを問う問題である。図には、それぞれの辺及び高さに数値が入っているが、底辺と高さは同じ数値となっている（したがって、面積は同じ）。平行四辺形は、傾きの小さいものと大きいものの２種類が示され、長方形との面積比較（３択：どちらも同じ・長方形・平行四辺形）が求められる。示されている数値は、底辺：20㎝・高さ：50㎝（長方形）で、平行四辺形の斜（側）辺は、80㎝・140㎝の２種類である。

〔求積課題－事例課題〕

具体的な平行四辺形を示し、面積を求める問題である。各辺・高さ・対角線の数値が示されており、「式と答」が求められることになる。それぞれの数値は、〈底辺：10㎝　斜（側）辺：6㎝　高さ：5㎝　対角線：14㎝〉となっている。

〔内包課題〕

文・正誤問題で、『求積』『周長』『形』の３種について２問ずつ、計６問用意されている。それぞれの文の正誤判断が求められている。提示される文を、順に示す。①平行四辺形の面積を求めるには、底辺の長さと高さをかけ合せればよい。②周りに長さが同じであれば、どんな平行四辺形でも面積は同じである。③同じ40平方㎝の平行四辺形だからと言って、同じ形をしているとは限らない。④底辺の長さが10㎝で高さが６㎝の平行四辺形の面積は、60平方㎝である。⑤周りの長さが長いほど、平行四辺形の面積は大きい。⑥平行四辺形の形が違っていても、面積が同じ場合がある。

結果と考察

(0) 調査対象者（学生）の属性と課題評定

“得意”と回答した者がやや少ない（14名－約10%）が、“まぁまぁ得意”と回答した者と併せれば約40%となり、とりたてて算数・数学の苦手な者たちが集まっているということではない（Figure0-1参照）。しかし、課題回答後に感じた難易度を見ると、約70%の学生が難し

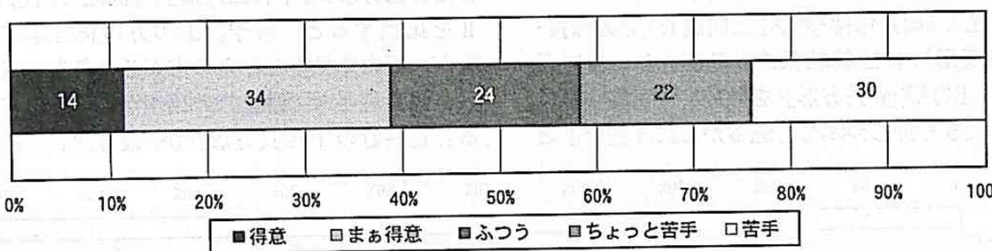

Figure 0-1　調査対象者の属性：算数・数学の得意度

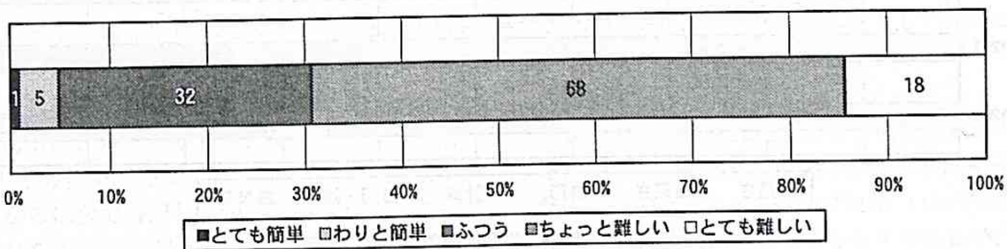

Figure 0-2　テスト難易度・評定結果

Table 1　等周長問題Ⅰ（周長保持・変形）に対する回答結果

	正方形 vs 平行四辺形（等辺）	正方形 vs 長方形（等周）
同じ	47(37.9%)	16(12.9%)
正方形の方が広い	76(61.3%)	108(87.1%)
平行四辺形／長方形の方が広い	1(0.8%)	0(0%)

Table 2　等周長問題Ⅱ（等辺保持・連続変形）に対する回答結果

	変形－小	変形－大
同じ	60(48.4%)	55(44.4%)
狭くなる	60(48.4%)	63(50.8%)
広くなる	0(0%)	1(0.8%)
わからない	4(3.2%)	5(4.0%)

い問題だったと（“ちょっと難しい”・“とても難しい”）と評定している。なかでも顕著な点は、“ちょっと難しい”と評定したものが約55％にも及ぶということである。それに対し、易しい問題だと感じた者は、“とても簡単”“わりと簡単”と答えた者を併せても、５％にも満たない（Figure0－2参照）。算数・数学の得意・不得意にかかわらず、学生にとって、小学校以来のこの種の課題は「何の苦もなく解ける」レベルの問題ではないと言えよう。以下、回答を分析し、彼らの判断結果から、所持しているルールがあるか否かを調べていきたい。

(1) 各課題ごとの回答分析

1) 等周長課題

問題Ⅰ（周長保持・変形）と問題Ⅱ（等辺保持・連続変形）の回答結果を、Table 1・2に示す。「正方形 vs 長方形」を除いて、正答率は低い。大きく押しつぶし、見るからに「狭い」と思われる場合でも、下の正方形と面積は同じと回答する者が、40％以上いるのである。両問とも、回答理由を質しているので、記述された内容を、「辺の長さに言及」「高さに言及」「形に言及」「計算」「同じ－違う－から」「無回答など」に分け、正答者・誤答者ごとに各問題に対する回答理由を見た（Figure 1参照）。それを見ると、「vs 長方形」を除き、①正答者は、多くの者が『高さ』に着目している、②誤答者には、『長さ』に目がいっている者が相当数いる、③誤答者では、言語化できるほど明確な理由を持っていない者が、正答者に比べて目立つ、ことが明白となっている。

また、「正方形 vs 平行四辺形」の問題で問題Ⅰ・Ⅱを比較すると、若干、Ⅰの方の正答率が良いが、理由を見ると、Ⅰの方がⅡよりも、正答者・誤答者とも『計算』の比率が高くなっている。正答者の「vs 長方形」が、最も顕著である。

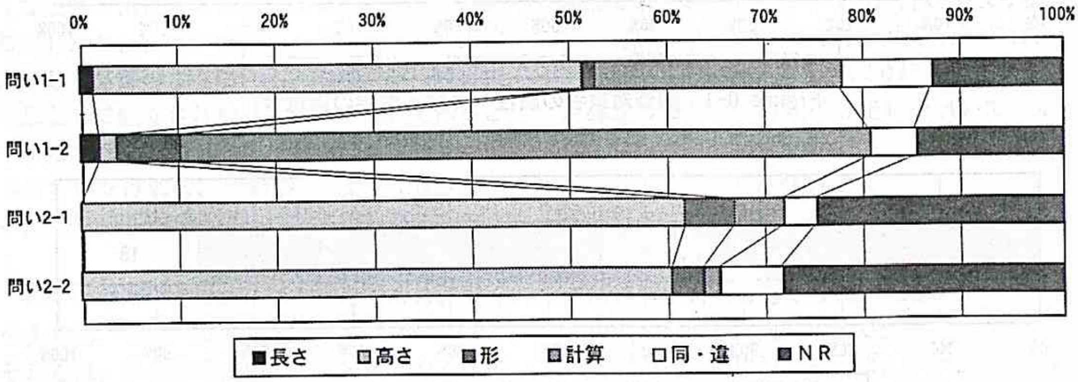

Figure 1-1　等周長問題-正答者・回答理由

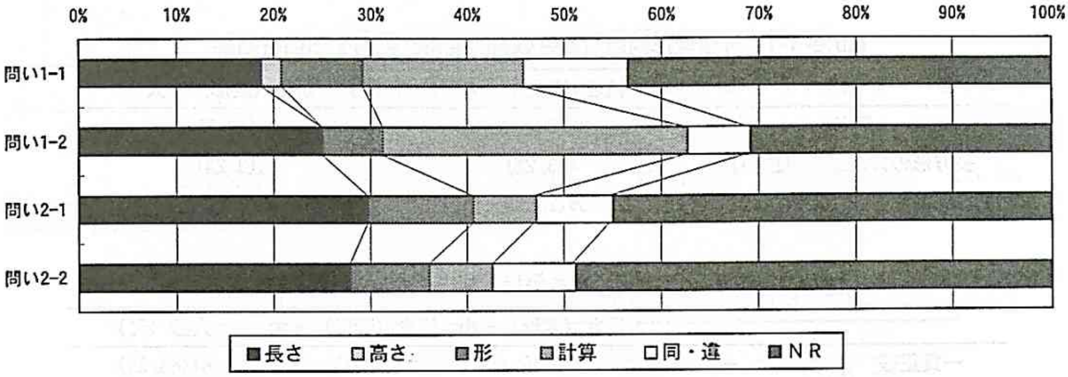

Figure 1-2　等周長問題-誤答者・回答理由

Table 3　周長課題の回答結果から推定されるルールの保持状況

	等周長問題Ⅰ		等周長問題Ⅱ		人数（%）
	正方形 vs 平行四辺形	正方形 vs 長方形	正方形vs平行四辺形（傾き・小）	正方形vs平行四辺形（傾き・大）	
正ルール保持	正方形	正方形	正方形	正方形	50(40.3%)
誤ルール保持〈強〉	同じ	同じ	同じ	同じ	7(5.7%)
誤ルール保持〈弱〉	同じ	正方形	同じ	同じ	44(35.5%)
	正方形	正方形	同じ	同じ	
他	―	―	―	―	23(18.5%)

※網掛けは正答を示す。

面積を考える際、辺を構成しているマッチ棒の本数が手がかりとなっていると考えられる。その手がかりのない問題Ⅱでは、『高さ』に着目できない者は、『(辺の）長さ』を頼りにしてしまうか、また理由も言えないまでも、何となく「面積は同じ」と思ってしまうと言えよう。

次に、問題Ⅰ・Ⅱの回答の関係性を調べ、等周長課題という事例課題の結果から見た学生の所持ルールを確認していきたい。Table 3は、問題Ⅰ・Ⅱの回答結果を型分けし、それぞれに属す人数を表したものである。正ルールとは「平行四辺形（正方形・長方形含む）の面積は、底辺×高さによって決まる－高さ大／底辺大なら面積大・高さ同／底辺同なら、面積同」であり、誤ルールとは「平行四辺形（正方形・長方形含む）の面積は、辺の長さによって決まる－周長大なら面積大・周長同なら面積同(周長ルール)」である。正ルールからは、問題Ⅰ・Ⅱとも全て『正方形』が回答として導き出されるし、誤ルールからは全て『同じ』が導き出される。よって、これらの回答結果から、「正ルールの所持が推定される者－正ルール所持」「誤ルールの所持が推定される者－誤ルール所持〈強〉」「誤ルールの所持が疑われる者－誤ルール所持〈弱〉」に型分けしたものが、Table 3となっている。

これを見ると、80%以上が『型』に入っており、どちらのルールを所持しているかは別にして、ランダムに回答しているのではなく、所持しているルールに基づいて、事例判断を行っていると思われる。では、どのようなルールを所持しているかであるが、正ルールの所持が推定される者が約40%、誤ルールの所持が推定される者が強弱併せて約40%と、拮抗している。まず、事例課題である等周長課題からは、かなり多くの学生が誤ルールである『周長ルール』を未だ所持し、それを判断基準として用いていることが明らかとなったと言えよう。

2)等積変形課題

もう1つの事例課題である等積変形課題の回答意結果は、周長課題の回答結果とはやや異なったものとなっている。Table 4は、等積変形課題の回答結果をまとめたものであるが、こ

Table 4-1　等積変形問題（高さ保持・変形）に対する回答結果

	傾き（変形）ー小	傾き（変形）ー大
同じ	85(68.6%)	85(68.6%)
長方形の方が必要（広い）	4(3.2%)	4(3.2%)
平行四辺形の方が必要（広い）	35(28.2%)	35(28.2%)

Table 4-2　等積変形問題（高さ保持・変形）に対する回答結果2

		傾き（変形）ー小	傾き（変形）ー大	人数（%）
一貫正答	―	同じ	同じ	81(65.3%)
一貫誤答	―	平行四辺形	平行四辺形	32(25.8%)
他	―	―	―	11(8.9%)

Table 5　平行四辺形・面積計算に対する回答結果

	式	答	式・答
底辺×高さ（＝50 cm^2）	103(83.1%)	105(84.7%)	102(82.3%)
底辺×側辺（＝60 cm^2）	4(3.2%)	4(3.2%)	4(3.2%)
他	17(13.7%)	15(12.1%)	18(14.5%)

の課題の正答率の方が、周長課題よりもやや高いことがわかる。

誤ルールである『周長ルール』を適用すれば、周長の長い平行四辺形の方がペンキがたくさん必要（面積が広い）と判断する結果となるはずである。しかし、等周長課題ほど、このルールの適用は見られない。もちろん、正答率は2問とも70%を切っており、一貫して平行四辺形の方が広いと判断した者が約25%もいるので、『周長ルール』所持者がいることは明白ではあるが、等周長課題で一貫して正答したものが約40%なのに対し、この課題では約65%と、やや高くなっているのである。この結果は、前述した「大学生を対象とした『誤った知識の保持状況』についての調査」(2003)でも同様であった。

等積変形課題では、示されている図に底辺・高さ・斜面の長さが数値で記入されている。等周長課題でも、マッチ棒を用いた問題Ⅰの方が、何ら手がかりのない問題Ⅱよりも正答率が高かったこと、またⅠの方で『計算』を回答理由として挙げている者が多いこと、から、数値が示されていることによって、「求積公式：面積＝底辺×高さ」を手がかりとして使うことが促された可能性が高いと思われる。しかし、それでも、25%以上の者が、一貫して平行四辺形の方が広いと判断している点を見ると、『周長ルール』は、根強いルールなのだと考えさせられる。

3) 求積課題

ごく一部に「辺（底辺）×辺（斜辺)」として、計算（式･答）をする者がいる（約3%）が、80%以上の者が式･答とも正答している（Table 5参照)。この結果から、学生たちの多くが「求積公式：面積＝底辺×高さ」自体を所持していない訳ではない、ということが明らかとなる。

細谷（1987）は、「教師などの意図的計画的援助のもとでなされる学習を、自生的学習と区別して、『援助下学習』と呼ぶとすれば、これは、教師が提供する『外来の知識体系』の内化の過程なのだが、何しろその内化を可能にしているものこそが既有の、土着の知識－信念体系そのものなのだから、それを教師が十分に考慮しておかないことには、既有体系の組み変えとしての内化が成立しなかったり、教師用・テスト用学力が、既有体系とは独立に別の所に知識・信念の離れ小島のように無理矢理形成されて、一種の学力の二重構造をもたらしてしまったりすることになる」と指摘しているが、この結果は、まさに好例である。また、工藤（2003）は、等

Table 6 平行四辺形・面積に対する言語的判断－回答結果

	①（求積 -1）	②（周長 -1）	③（形 -1）	④（求積 -2）	⑤（周長 -2）	⑥（形 -2）
○	104(83.9%)	27(21.8%)	119(96.0%)	102(82.3%)	52(41.9%)	122(98.4%)
×	20(16.1%)	97(78.2%)	5(4.0%)	22(17.7%)	72(58.1%)	2(1.6%)

※網掛けは正答を示す。

Table 7 内包課題の回答結果から推定されるルールの保持状況

		問題群	人数（%）
正ルール保持	－	完答	51(41.1%)
誤ルール保持〈強〉	－	周長・2問誤答	13(10.5%)
誤ルール保持〈弱〉	－	周長・1問誤答	29(23.4%)
他	－	／	31(25.0%)

周長問題を大学生8名に出題して討論させた結果として、(a) 求積公式を自発的に活用したものは皆無であった、(b) 求積公式の適用可能性を指摘されても、それを適切に操作し得た者はごく少数であった、と報告している。

求積公式は、単に変更四辺形の面積を求める『手続き的知識』にすぎず、そのレベルで閉じてしまっていると考えられる。いわゆる算数的な課題では、それで十分だからである。しかし、等周長課題や等積変形課題は、その枠を超えた問題である。そこでは、面積の大小が問われるのであって、求積公式そのままの形では適用できない性質のものだからである。学生は、自生させた『周長ルール』の組み換えがなされないまま、強引に『求積公式』が入力された結果、課題に応じたルールの使い分けを行っている状況にあると考えられるのではないだろうか。

4) 内包課題

『求積』や『形』に関する文の正誤に関しては、80%以上が正答するのに対し、『周長』に関しては正答率が低くなっている（Table 6参照)。特に、「周りの長さが長いほど、平行四辺形の面積は大きい」に対して40%以上が“○”をつけている。等周長課題の回答型分けと同じように、全問正答した者を「正ルール所持者」、周長に関して間違えた者を「誤ルール(周長ルール) 所持者：2問とも誤答－誤ルール所持〈強〉・1問誤答－誤ルール所持〈弱〉」と推定し、それらの人数を見たものが、Table 7となっている。これを見ると、やはり正ルール所持が推定できる者は約40%にすぎず、30%以上の者に誤ルール(周長ルール)の所持が伺えるのである。

内包課題の回答結果から見ても、多くの学生が依然として誤ったルールである『周長ルール』を所持し続けていると言えよう。求積公式と周長ルールは、学生の中で共存し続けているのである。次に、課題間の関係も、見てみよう。

(2) 課題間回答の関連性

1) 等周長課題と内包課題の関係

等周長課題・内包課題、どちらの課題回答結果からも、学生の正ルール・誤ルール（周長ルール）所持が推定されているが、その両課題の回答の関係性を見たものがTable 8である。事例課題（等周長課題）の回答結果として『外延』的に正ルールの所持が推定される者は、やはり内包課題の回答結果として『内包』的にも正ルールの所持が推定されるものが多くなっている。逆に、『外延』的に誤ルール（周長ルール）の所持が推定される者は、『内包』的にも誤ルール（周長ルール）の所持が推定される者が多くなっている。

ただ、外延的に〈弱く〉誤ルールの所持が推定されたケースでは、内包的には正ルールの所持が伺える結果となっている（14／44：約32%)。一方、外延的に誤ルールの所持が〈強く〉推定される7名中6名に、内包的にも誤ルールの所持が伺えるという結果である。同様に、内包的に〈弱く〉誤ルールの所持が推定されたケー

Table 8　内包課題と等周長課題との関係性

		等周長課題				計
		正ルール保持	誤ルール保持〈強〉	誤ルール保持〈弱〉	他	
内包課題	正ルール保持	28	0	14	9	51
	誤ルール保持〈強〉	1	4	7	1	13
	誤ルール保持〈弱〉	11	2	10	6	29
	他	10	1	13	7	31
	計	50	7	44	23	124

Table 9-1　等積変形課題と等周長課題との関係性

		等周長課題				計
		正ルール保持	誤ルール保持〈強〉	誤ルール保持〈弱〉	他	
等積変形課題	一貫正答	37	6	28	10	81
	一貫誤答	9	1	15	7	32
	他	4	0	1	6	11
	計	50	7	44	23	124

Table 9-2　等積変形課題と内包課題との関係性

		内包課題				計
		正ルール保持	誤ルール保持〈強〉	誤ルール保持〈弱〉	他	
等積変形課題	一貫正答	36	10	18	17	81
	一貫誤答	11	3	8	10	32
	他	4	0	3	4	11
合計		51	13	29	31	124

スでも、外延的には正ルールの所持が推定されるケースが約38%（11／29）ある。誤ルールの所持が〈強く〉推定される者では、13名中1名でしかない。外延的にも内包的にも、誤ルールの所持が弱い人は、課題によって変動し得ると言えよう。

2）等周長課題・内包課題と等積変形課題の関係

等周長課題・内包課題と等積変形課題との関係を見ると、どちらにしても、正ルール所持推定者が一貫正答するだけではなく、誤ルール所持が推定される者でも、『等積変形』は一貫して正答し得る者が多いという結果となっている（Table 9参照)。等積変形課題に、底辺・斜辺・高さが明示されることによって、求積課題に近いものとなっていた可能性が指摘できよう。

等積変形課題自体の正答率の高さも、そのことを支持していると考えられる。所持しているルール（それが正ルールであれ、誤ルールであれ）とは別に、「求積公式的」知識を所持し、それを問題に適用して回答している者が多いと言えるのではないだろうか。

(3) 学生属性と課題回答結果との関係

課題に取り組む前に、調査対象学生の属性として算数／数学の得意・不得意度を確認したが、最後に、それと推定されるルール所持との関係性を調べてみたい。

"得意""まぁまぁ得意"を得意群（45名)、"ふつう""ちょっと苦手""苦手"を苦手群（76名）とし、等周長課題・等積変形課題・内包課題との関係性を見たものが、Table10である。これを見ると、得意か苦手かの自己申告は、ほぼ正当で、得意群に正ルール保持推定者が多くなっている。

算数・数学が得意ということは、単に公式的

Table 10　学生属性と課題（等周長・等積変形・内包）との関係性

	等周長課題				合計
	正ルール保持	誤ルール保持（強）	誤ルール保持（弱）	他	
得意	27（56．3）	0（0．0）	15(31.2)	6（12．5）	48（100．0）
苦手	23（30．3）	7（9．2）	29(38.1)	17（22．4）	76（100．0）

	等積変形課題			合計
	一貫正答	一貫誤答	他	
得意	37（77．1）	7（14．6）	4（8．3）	48（100．0）
苦手	44（57．9）	25（32．9）	7（9．2）	76（100．0）

	内包課題				合計
	正ルール保持	誤ルール保持（強）	誤ルール保持（弱）	他	
得意	26（54．2）	2（4．2）	9（18．8）	11（22．9）	48（100．0）
苦手	25（32．9）	11（14．5）	20（28．3）	20（26．3）	76（100．0）

知識をたくさん持っているということではあるまい。数・図形等の操作性が高いということであろう。前述したように、今回提示されている課題群は、単に求積公式の暗記によっては解決しない問題である。工藤（2003）は、求積公式の操作可能性が等周長問題解決の糸口となる、と指摘している。操作可能性をどう高めていくかは今後の課題であるが、算数・数学の得意な者ほど等周長課題に正答し得る、正ルールの所持が推定される、という事実は、その１つの傍証となるかもしれない。

全体的考察

今回の調査は、大学生が四角形、特に平行四辺形（正方形・長方形含む）の面積に関して、どのようなルール（判断基準）を所持しているかを精査することを、目的としていた。具体的には、既にこれまでの研究で小学生レベルでは明らかとなっていた『周長ルール』を保持している者が大学生の中にいるかどうか、を調べることであった。そのため、ルールの外延を調べる事例課題として〔等周長課題〕〔等積変形課題〕〔求積課題〕、内包を調べる課題として〔内包課題〕及び事例判断理由を用意し、調査を行なったが、依然として多くの学生に、『周長ルール』と言われる誤ったルールが所持されていることが明白となったのである。

この結果を見ると、周長と面積の混同を単なる「成長によるエラー」として片付けることは、できない。もし、保存概念を獲得しつつある初期段階の特徴だとしたら、今回調査対象となった学生は未だにその獲得途上にあることになってしまうことになる。また、『保存』自体、単に「モノの出入り」という形式論理だけで捉えられる問題ではない。前述した荒井らの調査研究(2003)において『重さ』も扱っているのだが、その領域で「真空のボンベに水素を注入する際の質量変化」と問う問題がある。その結果を見ると、学生の50%は「水素を詰めた時の方が重い」と答えているが、約13%が「真空の時の方が重い」と答え、約15%が「同じ」と答えているのである。この問題のポイントは、「気体にも重さがある」と考えることができるか否か、と考える。単に形式論理としての『保存』の問題ではないであろう。「気体に重さはない」と思っているのではあれば、どんなに詰め込んでもーどんなにモノが入ってもー、「重さは変わらない」と判断するのは、当然のことではないだろうか。我々は、形式論理性だけで、その課題の正否を見るわけにはいかないのである。その意味からも、「成長し、保存概念を獲得したが故に誤るようになる」として面積と周長の混同的誤答を片付けるのは、問題が大きいと言えよう。

学生らにおいて、それが外延的にも内包的にも明白となり得る程、一貫したルールとして誤ルールである『周長ルール』の所持が明らかとなった者が少なからずいたという事実は、大きい。求積公式をそれはそれとして所持してその種の問題に対応し、それ以外の問題には、持ち続けている『周長ルール』で対応している者が多かったのである。今回調査対象となった学生は、多くの者が小学校を卒業してから6年以上経っている。様々な内容を学校内外で学んできたはずである。学習援助とは、学習者の既有のルールシステムを目標とするルールシステムに変換（組み換え）する作業である。小学生で確認されたこの『周長ルール』は、大学生になるまで、何ら組み換えられることがなかったと言えよう。確かに、学校教育は「求積公式の注入」には成功していると言えるかもしれない。しかし、自生されている『周長ルール（誤ルール)』を組み換え、新たな（正しい）ルール：「高さ大／底辺大なら面積大・高さ同／底辺同なら、面積同」を確立する程には至っていないのである。むしろ、並存させる形で落ち着かせてしまっていると言えるかもしれない。

工藤ら（1991）は、小学生の調査結果を踏まえ、教授方略として、①面積の導入には正方形・長方形と同列に平行四辺形も扱うこと、②「タテ×ヨコ」ではなく「底辺×高さ」として統一的に求積を行うこと、を挙げている。これは、興味深い提案である。大学生でも小学生と何ら変わりない誤ルール：周長ルールの所持が明白となった今、旧来の算数教育に囚われない工藤らの提案は、実践する価値のある、重要な意味を持つと考えられよう。

参考文献

荒井龍弥（研究代表者）他　2003　誤った知識の保持状況と修正過程に関する研究　H 14・15年度科研費 基盤研究（C）－ 研究課題番号 14510162　研究成果報告書

細谷純　1968　「空間・量・数の認識とその発達」『教育学全集6　論理と数学』 小学館　81－112　岩波書店　139－172

細谷純　1976　「認識のつまずきと認識の発展」『わかる授業』 3　明治図書　130－137

細谷純　1987　「科学をどう教えるか － 順序性と教授方略 － 」『岩波講座 教育の方法6 科学と技術教育』

工藤与志文 白井秀明　1991　小学生の面積学習に及ぼす誤ルールの影響　教育心理学研究 39　21－30

工藤与志文　2003　等周長問題の解決における「不活性知識」としての求積公式　札幌学院大学人文学会紀要　74　27－40

西林克彦　1988　面積判断における周長の影響 －その実態と原因－　教育心理学研究　36　25－33